

Ngày nhận bài: 19/12/2025; Ngày thẩm định: 24/3/2026; Ngày duyệt đăng: 31/3/2026.

# THIẾT KẾ CÔNG CỤ TÍCH HỢP MÔ HÌNH TRỰC QUAN HÓA TRONG GIẢNG DẠY GIẢI TÍCH VÀ XÁC SUẤT THỐNG KÊ TẠI ĐẠI HỌC PHÒNG CHÁY CHỮA CHÁY

Thiếu tá, ThS NGUYỄN NGỌC THẮNG - Thiếu tá, ThS TRẦN THỊ HUYỀN GIANG  
Khoa Khoa học cơ bản và Ngoại ngữ, Trường Đại học PCCC  
\*Tác giả liên hệ: Trần Thị Huyền Giang (Email: huyengiangkhtn@gmail.com)

**Tóm tắt:** Bài báo này trình bày kết quả nghiên cứu nhằm giải quyết những thách thức trong việc giảng dạy và học tập môn Toán tại Trường Đại học PCCC thông qua việc thiết kế, xây dựng bộ công cụ dạy học tích hợp ứng dụng công nghệ thông tin. Nghiên cứu đã phát triển thành công một hệ thống các giải pháp chuyên biệt, sử dụng các phần mềm phù hợp cho từng học phần trọng tâm: các mô hình mô phỏng động trên GeoGebra được xây dựng để trực quan hóa các khái niệm trừu tượng của Giải tích; các thí nghiệm ảo được thiết kế để minh họa quy luật ngẫu nhiên và giúp sinh viên tiếp cận khái niệm xác suất thông qua thống kê và các công cụ trên nền tảng Microsoft Excel được phát triển để tự động hóa việc trình bày lời giải tự động chi tiết theo từng bước cho các bài toán thống kê phức tạp. Kết quả của nghiên cứu là một bộ công cụ dạy học đồng bộ, không chỉ hỗ trợ giảng viên đổi mới phương pháp giảng dạy mà còn tạo điều kiện để sinh viên tiếp cận kiến thức một cách chủ động, trực quan và hiệu quả, qua đó góp phần nâng cao chất lượng đào tạo tại nhà trường.

**Từ khóa:** công cụ dạy học, Toán cao cấp, Xác suất thống kê, GeoGebra, Microsoft Excel, trực quan hóa, thí nghiệm ảo, bài giải tự động.

**Abstract:** This paper presents the findings of a study aimed at addressing challenges of teaching and learning Mathematics at the University of Fire Prevention and Fighting (UFPF) through the design and development of an integrated instructional toolkit incorporating information technology. The study successfully developed a system of specialized solutions using appropriate software for each core course: dynamic simulation models in GeoGebra were created to visualize abstract concepts in Calculus; virtual experiments were designed to illustrate random phenomena and support students' comprehension of probability concepts through statistical exploration; and tools on the Microsoft Excel platform were developed to automate the step-by-step presentation of detailed automatic solutions for complex Statistics problems. The research outcome is a unified teaching toolkit that not only supports instructors in innovating their teaching methods but also enables students to access knowledge in an active, visual, and effective manner, thereby contributing to the overall of educational quality at the university.

**Keywords:** teaching toolkit, Advanced Mathematics, Probability and Statistics, GeoGebra, Microsoft Excel, visualization, virtual experiments, automated solutions.

## 1. Đặt vấn đề

Toán học là một môn khoa học cơ bản, đóng vai trò nền tảng cho nhiều môn học cơ sở ngành và chuyên ngành kỹ thuật, bao gồm cả lĩnh vực phòng cháy chữa cháy (PCCC). Tuy nhiên, việc giảng dạy và học tập môn Toán, đặc biệt là các học phần Toán cao cấp và Xác suất thống kê, tại các trường đại học kỹ thuật nói chung và Trường Đại học PCCC nói riêng vẫn còn tồn tại nhiều thách thức.

Các nội dung giảng dạy thường mang tính hàn lâm, trừu tượng, khiến sinh viên gặp khó khăn trong việc tiếp thu và liên hệ với thực tiễn. Trong nội dung Giải tích: các khái niệm về hàm nhiều biến, đồ thị trong không gian ba chiều, trường véctor, hay các mặt cong phức tạp rất khó để hình dung nếu chỉ dùng phương pháp diễn giải và vẽ tay truyền thống trên bảng. Trong nội dung Xác suất thống kê: nhiều định nghĩa và định lý mang tính lý thuyết cao, các ví dụ minh họa đôi khi chưa trực quan. Quá trình thực hành các bài toán ước lượng, kiểm định lại đòi hỏi các bước tính toán phức tạp, dễ gây nhầm lẫn và tốn nhiều thời gian.

Các nghiên cứu gần đây của Rashevskaya và cộng sự [3] chỉ ra rằng việc sử dụng các công cụ mô phỏng giúp sinh viên trực quan hóa các đối tượng hình học phức tạp, biến những khái niệm trừu tượng trên mặt phẳng và không gian trở nên sống động, tương tác được. Do đó, việc đổi mới phương pháp giảng dạy có sự hỗ trợ của Công nghệ thông tin là một yêu cầu cấp thiết [1], [2]. Thay vì chỉ sử dụng các phần mềm thương mại có sẵn thường chỉ đưa ra kết quả cuối cùng mà không làm rõ quá trình tư duy, chúng tôi nghiên cứu và phát triển những công cụ dạy học được thiết kế chuyên biệt cho từng nội dung, nhằm giải quyết triệt để những khó khăn cụ thể mà cả giảng viên và sinh viên đang đối mặt. Bài báo này sẽ trình bày một cách hệ thống các giải pháp mà chúng tôi đã xây dựng.

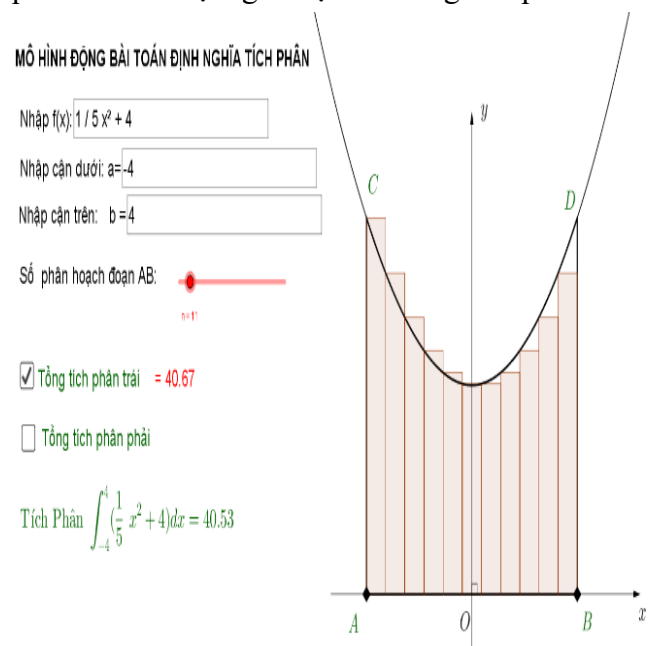
## 2. Nội dung nghiên cứu và các giải pháp

Bài báo nghiên cứu tập trung vào việc phát triển một hệ thống các giải pháp công nghệ đa dạng, mỗi giải pháp được thiết kế để giải quyết các thách thức đặc thù trong từng nội dung toán học.

### 2.1. Trực quan hóa các khái niệm Giải tích

Chúng tôi sử dụng GeoGebra để thiết kế các mô hình động hỗ trợ giảng dạy các nội dung Giải tích dựa trên khung chương trình chuẩn [4], [5]. Theo Yorganci [6], GeoGebra giúp sinh viên hình thành thái độ tích cực và tăng cường khả năng tự khám phá kiến thức thông qua việc tương tác với các đối tượng hình học động. Đối với học phần Giải tích, thách thức lớn nhất là tính trừu tượng của các đối tượng trong không gian. Giải pháp của chúng tôi là xây dựng một bộ công cụ mô phỏng trên nền tảng GeoGebra, cho phép sinh viên tương tác và quan sát các khái niệm toán học.

*Mô phỏng định nghĩa Tích phân xác định:* Để làm sáng tỏ khái niệm tích phân xác định, một mô hình động đã được xây dựng để tính diện tích hình thang cong. Mô hình cho phép người dùng xét một hàm số  $y = f(x)$  bất kì, ví dụ  $f(x) = \frac{1}{5}x^2 + 4$  trên một đoạn  $[a, b]$  tùy ý. Sau đó, đoạn  $[a, b]$  này được phân hoạch thành  $n$  đoạn nhỏ, với  $n$  có thể điều chỉnh bằng một thanh trượt. Công cụ sẽ tính và hiển thị tổng diện tích của các hình chữ nhật xấp xỉ, được tính theo quy tắc tổng tích phân trái và tổng tích phân phải. Khi kéo thanh trượt để tăng giá trị của  $n$  như thể hiện trong Hình 1, sinh viên có thể quan sát trực quan quá trình hội tụ của các tổng này về giá trị của tích phân xác định. Qua đó, người học có thể tiếp cận một cách rõ ràng và trực quan về khái niệm giới hạn của tổng tích phân.



Hình 1: Mô hình động mô phỏng định nghĩa tích phân xác định.

*Mô phỏng về Tích phân bội:* Tương tự, các mô hình động cũng được xây dựng cho bài toán tích phân bội được mô tả trong Hình 2. Các mô hình này giúp sinh viên hình dung vật thể trong không gian ba chiều có thể tích cần tính, thay vì chỉ tưởng tượng qua hình vẽ phẳng, từ đó hiểu rõ hơn về ý nghĩa hình học của phép tính.

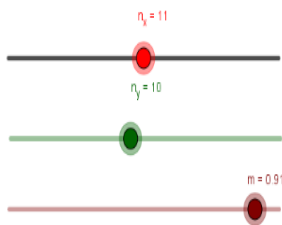
**MÔ HÌNH ĐỘNG BÀI TOÁN TÍCH PHÂN BỘI**

Nhập  $z=f(x,y)=0.2(x^2+y^2-1)$

Kéo thanh trượt  $n_x$  để phân hoạch theo chiều  $Ox$ .

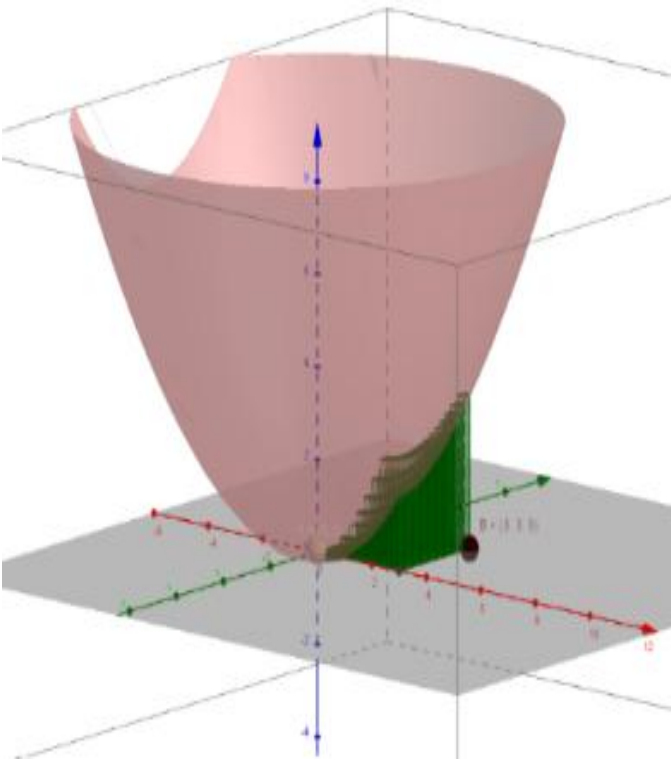
Kéo thanh trượt  $n_y$  để phân hoạch theo chiều  $Oy$ .

Kéo thanh trượt  $m$  để xác định vị trí hình chữ nhật con trong phân hoạch



**Giá trị tích phân**

$$\iint_D f(x,y) dx dy = \iint_D (0.2(x^2+y^2-1)) dx dy = 10.2931$$



Hình 2: Giao diện tương tác mô phỏng bài toán tích phân bội trong không gian 3 chiều.

**2.2. Xây dựng thí nghiệm ảo trong giảng dạy Xác suất**

Để biến các khái niệm xác suất vốn khô khan trở nên hữu hình, bài báo đã xây dựng các mô hình thí nghiệm ảo về tính tần số, xác suất, vẽ biểu đồ, ... Mô hình này giúp học viên hiểu rõ hơn về xác suất của các biến cố, ví dụ thông qua thí nghiệm mô phỏng gieo hai "đồng xu" được minh họa tại Hình 3. Thí nghiệm ảo này cho phép học viên thực hiện các phép thử và quan sát sự phân phối của các kết quả, từ đó xây dựng trực quan khái niệm xác suất và các đặc điểm của biến cố trong không gian xác suất.



Hình 3: Mô hình thí nghiệm gieo hai đồng xu ngẫu nhiên.

**2.3. Xây dựng lời giải tự động cho các bài toán Thống kê**

Giải pháp này nhằm giải quyết khó khăn trong việc thực hiện các quy trình tính toán phức tạp và tốn thời gian của môn Thống kê.

*Nhập liệu:* Sinh viên chỉ cần nhập các dữ liệu đầu vào của bài toán vào các ô đã được định sẵn trong bảng tính Excel. Ví dụ, với bài toán ước lượng khoảng cho giá trị trung bình từ dữ liệu ghép lớp, sinh viên sẽ nhập các giá trị đại diện của lớp và tần số tương ứng, cùng với độ tin cậy yêu cầu, được thể hiện trong Hình 4.

*Xử lý và xuất kết quả:* Hệ thống sẽ tự động thực hiện toàn bộ các bước tính toán cần thiết.

*Đặc điểm nổi bật:* Thay vì chỉ đưa ra một con số cuối cùng, công cụ sẽ tạo ra một lời giải hoàn chỉnh, được trình bày rõ ràng theo từng bước chuẩn mực.

BÀI TOÁN KHOẢNG ƯỚC LƯỢNG ĐỐI XỨNG CHO TRUNG BÌNH			
TRƯỜNG HỢP CỎ MẪU LỚN ( $n \geq 30$ )			
Loại dữ liệu	Loại giải		
$x$	$n$	Độ tin cậy $\gamma$	+ Gọi $X$ là Thời gian chữa cháy trong một vụ cháy
15	5	0.95	Đây là bài toán cần tìm ước lượng khoảng cho $E(X) = \mu$ với $\sigma$ chưa biết
45	7		Chọn thống kê $G = \frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} \Rightarrow G \sim N(0; 1)$
75	15		Khoảng ước lượng đối xứng cho $\mu$ là $\bar{X} - t_{n-1}^{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{X} + t_{n-1}^{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$
105	9		Với $\gamma = 0.950 \Rightarrow \alpha = 1 - \gamma = 0.05 \Rightarrow t_{n-1}^{\frac{\alpha}{2}} = 1.960$
135	6		
165	4		
195	2		
225	1		
Nếu thiếu thêm dòng			
$x$	$n$	$n_i \cdot x_i$	$n_i \cdot x_i^2$
15	5	75	1125
45	7	315	14175
75	15	1125	84375
105	9	945	99225
135	6	810	109350
165	4	660	108900
195	2	390	76050
225	1	225	50625
<b>Tổng</b>	<b>49</b>	<b>4545</b>	<b>543825</b>
Từ bảng trên, tính được:			
+ Trung bình mẫu $\bar{x} = \frac{\sum n_i x_i}{n} = 92.755$			
+ Phương sai mẫu hiệu chỉnh $s^2 = \frac{1}{n-1} (\sum n_i x_i^2 - n(\bar{x})^2) = 2546.958$			
Suy ra độ lệch mẫu hiệu chỉnh $s = \sqrt{s^2} = 50.467$			
Độ chính xác $\epsilon = t_{n-1}^{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} = 14.131$			
Vậy khoảng ước lượng cần tìm là $(\bar{x} - \epsilon; \bar{x} + \epsilon) = (78.624; 106.886)$			

Hình 4: Lời giải tự động theo từng bước cho bài toán ước lượng.

Việc tích hợp các bài học tự động vào giảng dạy môn Xác suất thống kê mang lại những lợi ích rõ rệt, thiết thực cho cả giảng viên và sinh viên. Đối với giảng viên, các bài học tự động không chỉ giúp quản lý thời gian giảng dạy theo kế hoạch hiệu quả, mà còn hỗ trợ truyền tải kiến thức một cách rõ ràng và dễ hiểu hơn so với phương pháp giảng dạy truyền thống. Điều này tạo điều kiện để giảng viên dành có thêm thời gian để bổ sung và mở rộng các kiến thức cần thiết, qua đó trực tiếp nâng cao chất lượng giảng dạy. Đối với sinh viên, các công cụ này không chỉ kích thích sự hứng thú học tập mà còn giúp họ tiếp thu kiến thức một cách hiệu quả hơn. Đặc biệt, bài học tự động tạo điều kiện thuận lợi cho sinh viên tự học, tự nghiên cứu nhằm đáp ứng yêu cầu của chương trình đào tạo. Sự tự động hóa các quy trình tính toán phức tạp còn hỗ trợ sinh viên thực hành bài tập một cách nhanh chóng và hiệu quả, giúp giảm bớt áp lực và tăng cường khả năng hiểu biết về các khái niệm quan trọng.

### 3. Đánh giá hiệu quả thực nghiệm

Để đánh giá một cách khách quan tính hiệu quả của bộ công cụ dạy học tích hợp so với phương pháp giảng dạy truyền thống, chúng tôi đã tiến hành thực

thực nghiệm đối chứng trên một nhóm gồm 32 sinh viên tại Trường Đại học PCCC. Thực nghiệm được thực hiện thông qua hai bài kiểm tra: Bài kiểm tra số 1 (khi chưa sử dụng công cụ) và Bài kiểm tra số 2 (sau khi đã áp dụng các công cụ tích hợp mô hình). Kết quả thu được qua hai bài kiểm tra được thể hiện trong Bảng 1.

Bảng 1: Phân tích thống kê đối chứng kết quả học tập ( $n = 32$ ).

Chỉ số thống kê	Trước thực nghiệm	Sau thực nghiệm	Mức độ thay đổi
Điểm trung bình ( $\bar{x}$ )	7.00	<b>7.66</b>	<b>+9.4%</b>
Điểm trung vị (Median)	7.0	<b>8.0</b>	<b>+1.0</b>
Tỷ lệ sinh viên có sự tiến bộ (%)	-	<b>62.5%</b>	-

Dựa trên kết quả thực nghiệm đối chứng, các dữ liệu thu thập được đã phản ánh sự cải thiện đồng bộ và có ý nghĩa về mặt thống kê trong kết quả học tập của sinh viên. Cụ thể, điểm trung bình ( $\bar{x}$ ) của nhóm thực nghiệm đã có mức tăng từ 7.00 lên 7.66, tương ứng với mức tăng 9.4%. Chỉ số này là minh chứng thực tế cho thấy việc ứng dụng bộ công cụ dạy học tích hợp đã hỗ trợ hiệu quả người học trong việc thu hẹp khoảng cách giữa hệ thống lý thuyết toán học trừu tượng và kỹ năng giải quyết các bài toán thực hành thực tiễn. Bên cạnh đó, xét về tỷ lệ phát triển năng lực cá nhân, có 62.5% sinh viên (tương ứng 20/32 học viên) đạt mức điểm ở bài kiểm tra sau cao hơn so với bài kiểm tra trước. Đặc biệt, sự dịch chuyển của điểm trung vị (Median) từ 7.0 lên 8.0 là một chỉ số quan trọng, phản ánh thực tế phần lớn người học thuộc nhóm trung bình - khá đã có sự cải thiện đáng kể, vươn lên nhóm khá - giỏi sau quá trình được tiếp cận với các mô hình trực quan. Kết quả này khẳng định vai trò then chốt của các mô hình trực quan hóa và thí nghiệm ảo trong việc kích thích tư duy và nâng cao hiệu quả tiếp thu kiến thức toán học cho sinh viên.

### 4. Kết luận

Nghiên cứu này đã giải quyết thành công một số thách thức cố hữu trong việc giảng dạy môn Toán tại Trường Đại học PCCC thông qua việc thiết kế và xây dựng một bộ công cụ dạy học toàn diện, ứng dụng công nghệ thông tin. Bài báo đã phát triển thành công

một hệ thống các giải pháp đa dạng, bao gồm: các mô hình mô phỏng tương tác trên GeoGebra giúp trực quan hóa các khái niệm Giải tích phức tạp; các thí nghiệm ảo để minh họa quy luật ngẫu nhiên trong Xác suất; và công cụ giải bài toán tự động theo từng bước trên nền tảng Excel cho môn Thống kê.

Bộ công cụ này không chỉ là phương tiện hỗ trợ tính toán mà còn là một giải pháp sư phạm hiệu quả. Chúng tạo ra một môi trường học tập tích cực, nơi sinh viên có thể chủ động khám phá, thực hành và xây dựng trực giác toán học - một kỹ năng cốt lõi cho các ngành kỹ thuật. Bằng cách biến những kiến thức trừu tượng trở nên hữu hình và sinh động, các công cụ đã tạo ra sự hứng thú và nâng cao đáng kể khả năng tiếp thu của sinh viên. Đối với giảng viên, đây là những trợ thủ đắc lực giúp đổi mới phương pháp giảng dạy và truyền tải kiến thức hiệu quả hơn. ■

### TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Đào Thái Lai (2002), "*Ứng dụng công nghệ thông tin và những vấn đề cần xem xét đổi mới trong hệ thống phương pháp dạy học môn Toán*", Tạp chí Giáo dục, Hà Nội.

2. Trịnh Thanh Hải (2005), *Ứng dụng Công nghệ thông tin và truyền thông trong dạy học Toán*, Nxb Hà Nội.

3. N. V. Rashevskaya, S. O. Semerikov, et al., (2020), "*Using augmented reality tools in the teaching of two-dimensional plane geometry*", Journal of Physics: Conference Series, pp. 79-90.

4. Nguyễn Đình Trí (2009), *Toán cao cấp tập 2*, Nxb Đại học Quốc gia Hà Nội.

5. Nguyễn Đình Trí (2009), *Toán cao cấp tập 3*, Nxb Đại học Quốc gia Hà Nội.

6. S. Yorganci (2018), "*A study on the views of graduate students on the use of GeoGebra in mathematics teaching*", European Journal of Education Studies, vol. 4, no. 12, pp. 63-78.

7. H. Zulnaidi, et al. (2020), "*Examining the effects of Geogebra applets on mathematics learning using interactive mathematics textbook*", Journal of Physics.

8. Diệp Cẩm Thu (2002), "*Sử dụng phần mềm máy tính trong dạy và học toán*", Tạp chí Giáo dục (số 5), Hà Nội.

9. Trần Vui (chủ biên) & Lê Quang Hùng (2006), *Thiết kế các mô hình dạy học toán phổ thông*, Nxb Giáo dục, Hà Nội.

10. Nguyễn Quang Báu (2009), *Lý thuyết xác suất và thống kê toán học*, Nxb Đại học Quốc gia Hà Nội.